ПУЛЬСАЦИОННАЯ СТРУКТУРА ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Для определения турбулентных характеристик в однородной среде воспользуемся системой уравнения (6, ЛЕК-4) записанного относительно осредненного течения, где турбулентные характеристики считается локально стационарными

$$\overline{u_j u_k}\frac{\partial U_i}{\partial x_k}+\overline{u_i u_k}\frac{\partial U_j}{\partial x_k}+k\frac{\sqrt{E}}{l}\left(\overline{u_i u_j}-\frac{2}{3}\delta_{ij}E\right)+\frac{2}{3}c\delta_{ij}\frac{E^{3/2}}{l}=0 \qquad (1)$$

В большинстве случаев турбулентного пространственного течения один из размеров потока намного меньше остальных размеров $\frac{H}{L}<<1$, и течение можно считать сдвиговым, и во всех компонентах тензоров напряжения оставляются компоненты, соответствующие скоростям по координате больших размеров течения с поперечными градиентами. Тогда систему уравнения для одноточечных моментов второго порядка (1) можно записать в развернутом виде без молекулярных эффектов

$$\overline{u_1\, u_3}\frac{\partial U_1}{\partial x_3}+\frac{k}{2}\frac{\sqrt{E}}{l}\left(\overline{u_1^{\,2}}-\frac{2}{3}E\right)+\frac{1}{3}c\frac{E^{3/2}}{l}=0$$

$$\frac{k}{2}\frac{\sqrt{E}}{l}\left(\overline{u_3^{\,2}}-\frac{2}{3}E\right)+\frac{1}{3}c\frac{E^{3/2}}{l}=0$$

$$\overline{u_2\, u_3}\frac{\partial U_2}{\partial x_3}+\frac{k}{2}\frac{\sqrt{E}}{l}\left(\overline{u_2^{\,2}}-\frac{2}{3}E\right)+\frac{1}{3}c\frac{E^{3/2}}{l}=0$$

$$\overline{u_3^{\,2}}\frac{\partial U_1}{\partial x_3}+k\frac{\sqrt{E}}{l}\overline{u_1\, u_3}=0 \qquad (2)$$

$$\overline{u_2\ u_3}\ \frac{\partial U_1}{\partial x_3} + \overline{u_1\ u_3}\ \frac{\partial U_2}{\partial x_3} + k\frac{\sqrt{E}}{l}\overline{u_1\ u_2} = 0$$

$$\overline{u_3^{\ 2}}\frac{\partial U_2}{\partial x_3} + k\frac{\sqrt{E}}{l}\overline{u_2\ u_3} = 0$$

Решение системы уравнений (2) относительно средних характеристик имеет вид:

$$\left(\overline{u_3^{\ 2}}\right)_0 = \frac{2}{3}\left(1-\frac{c}{k}\right)\frac{1}{c^{2/3}}l^2\left[\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right)^2\right]$$

$$\left(\overline{u_1^{\ 2}}\right)_0 = \frac{2}{3}\frac{c}{k}\frac{1}{c^{2/3}}l^2\left[\left(\frac{k}{c}-1\right)\left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{k}{c}+2\right)\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2\right]$$

$$\left(\overline{u_2^{\ 2}}\right)_0 = \frac{2}{3}\frac{c}{k}\frac{1}{c^{2/3}}l^2\left[\left(\frac{k}{c}-1\right)\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{k}{c}+2\right)\left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right)^2\right]$$

$$\left(-\overline{u_1 u_3}\right)_0 = l^2\sqrt{\left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2}\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right) \qquad (3)$$

$$\left(-\overline{u_2 u_3}\right)_0 = l^2\sqrt{\left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2}\left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right)$$

$$\left(\overline{u_1 u_2}\right)_0 = 2\frac{c^{1/3}}{k}l^2\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)\left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right)$$

$$E_0 = \frac{1}{c^{2/3}}l^2\left[\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3}\right)^2\right]$$

Введение индекса “о” необходимо для дальнейшего использования (3) в представлений моделей неоднородной среды и указывает, что соответствующие величины относятся к однородной среде. Видно, что моменты второго порядка определяются градиентами двух компонент скорости.

Количество эмпирических констант и способ их определения имеет существенное значение для оценки построенных моделей турбулентности. Видимо можно считать, что если эмпирическая константа входящая в схему, поддается теоретической оценке из каких-либо физических соображений, то теорию турбулентного течения можно считать точной, но если модель содержит в себе большое число подгоночных коэффициентов, функции, то ее можно считать эмпирической.

В модели, разрабатываемой в работе, используется две эмпирические константы, это κ и $\frac{k}{c}$. Первая из них классическая постоянная Кармана $\kappa = 0.4$ входящая в формулу для пути смещения или ее модификации для различных течений.

Таким образом, одна из двух эмпирических констант определяется из опытных данных при течении однородной жидкости (не стратифицированной) и является практически универсальной постоянной. В классической теории турбулентного пограничного слоя с помощью этих величин удается построить профили скорости и температуры, которые хорошо согласуются с измеренными опытными данными.

Расчеты пульсационных характеристик требуют, естественно, дополнительной эмпирической информации, из которой можно было бы получить обоснование использование второй универсальной постоянной, где такой постоянной является $\frac{k}{c}$, которая однозначно определяет и значения построенных k и c. Для этой цели можно использовать простейшие эксперименты, а именно измерения коэффициента анизотропии в турбулентном потоке за решеткой. Такая возможность связана со следующими обстоятельствами. В течении с поперечным сдвигом, анизотропность структуры течения, в частности, отношение кинетической энергии компонент пульсации, $\overline{u_1^2}/\overline{u_3^2}$, вызвано тем, что энергия пульсационного движения, в первую очередь передается продольной компоненте пульсации, а затем механизмом перераспределения другим компонентам пульсации. Аналогичная ситуация создается в однородном турбулентном потоке за решеткой в области малых волновых чисел. После того, как отношение $\overline{u_1^2}/\overline{u_3^2}$ становится близким к единице на начальных этапах вырождения когда турбулентность изотропна, поскольку речь идет об основной части энергии, она возрастает до асимптотического значения 1,5. Турбулентность анизотропна в конечном периоде вырождения, хотя она, очевидно, была изотропна ранее, откуда следует, что движение связанное с наименьшими волновыми числами в момент образования не было изотропным. Эта анизотропия связана со способом образования турбулентности при прохождении потоком решетки. Естественно ожидать, что стержни решетки, параллельные обеим осям x_2 , x_3 вызывают сдвиг продольной компоненты скорости, при котором энергия от различных волновых чисел будет передаваться продольной компоненте скорости. Для оценки коэффициента анизотропии в сдвиговом течении можно использовать данные, полученные в однородной турбулентности. Из (3) и опытов следует соотношение:

$$\frac{\overline{u_1^2}}{\overline{u_3^2}} == \frac{k/c+2}{k/c-1} \approx 1.5$$

и соотношение выполняется при значении $\frac{k}{c} = 7$. Следовательно, вторая эмпирическая константа определяется из опытов по течению однородной среды. Таким образом, распространение модели на неоднородные турбулентные течения не требует дополнительной экспериментальной информации.

$$k=\sqrt{\frac{c}{k}}\left[\frac{2}{3}\left(\frac{k}{c}-1\right)\right]^{3/4},\ \mathrm{c}=\frac{c}{k}^{3/2}\left[\frac{2}{3}\left(\frac{k}{c}-1\right)\right]^{3/4}$$

В полученных выражениях для однородной среды присутствует масштаб турбулентности l, которая определяется по формуле / 80 /

$l=\kappa x_n\left(1-x_n/H_n\right)^{1/2}$, где n - индекс координаты, который соответствует по направлению наименьшему размеру потока (например высота канала или средняя морская глубина). В предложенной модели масштаб турбулентности зависит только от геометрии потока, и поэтому в неоднородных течениях применяется тот же масштаб, что и для однородных течений.